

平成30年度入学試験問題（一般入試）

数 学

注 意

1. 問題冊子は6ページ、解答紙は2枚である。問題冊子は、指示があるまで開かないこと。
2. 解答開始前に、試験監督者の指示にしたがって、すべての解答紙それぞれ2ヶ所に受験番号を記入すること。
3. 「始め」の合図があったら、問題冊子のページ数を確認すること。
4. 解答は、黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し、すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後、監督者の指示に従って、解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は、問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

1 空欄にあてはまる適切な数、式、記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1)  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$  のとき  $\frac{\tan^3 \theta}{\tan^6 \theta + 1}$  の値は  である。

(2) 座標平面において、次の連立不等式が表す領域の面積は  である。

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq ye^x + y \leq e^x \end{cases}$$

(3) 完全数とは、 $6 = 1 + 2 + 3$  のようにその数自身を除く正の約数の総和として表される自然数のことである。6の次に大きい完全数は  である。

(4) 自然数  $m$  に対して  $f(m) = 5(\log_3 m)^2 - 12(\log_3 m)$  とおく。 $f(m)$  の値が最小となる自然数  $m$  は  である。

(5) 座標平面において、方程式  $|y| + |y - x^2| = 1$  で表される図形を  $F$  とする。 $F$  で囲まれた部分の面積は  である。 $F$  で囲まれた部分の面積が放物線  $y = ax^2 + 1 - a (a > 0)$  によって二等分されるとき  $a$  の値は  である。

(6) 28 で割ると 17 余り、39 で割ると 21 余るような自然数のうちで最小のものは  である。

(7)  $AB = 3$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 6$  である  $\triangle ABC$  の内接円の半径は  である。

2 空欄にあてはまる適切な数、式、記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

- (1) 曲線  $y = x^2 (0 \leq x \leq 1)$  と直線  $y = x$  で囲まれた部分を直線  $y = x$  の周りに 1 回転させてできる立体の体積は  である。
- (2) 座標空間において、3 点  $A(1, 1, 2)$ ,  $B(0, 1, 4)$ ,  $C(1, -2, -1)$  を通る平面と点  $D(1, 1, 1)$  の距離は  である。
- (3) 関数の極限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(3^x - 1)\sin x}$  の値は  である。
- (4) 定積分  $\int_0^{-1} \frac{x^2 + 2x + 1}{\sqrt{-x^2 - 2x + 1}} dx$  の値は  である。
- (5) 楕円  $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{4} = 1$  上の点  $P(\sqrt{3}, \sqrt{2})$  における接線を  $l_1$  とし、原点を通る  $l_1$  に平行な直線を  $l_2$ ,  $l_2$  と楕円の交点を  $A, B$  とする。ただし、点  $A$  の  $x$  座標は正とする。点  $P$  を通り  $l_1$  に垂直な直線を  $l_3$  とする。 $l_2$  と  $l_3$  の交点を  $H$  とするとき、線分  $PH$  の長さは  である。 $\triangle PAB$  の面積は  である。
- (6) 放物線  $y = x^2 + ax + b$  と  $x$  軸が異なる 2 つの交点  $A, B$  をもつとする。ただし、 $a, b$  は定数とする。この放物線の頂点を  $C$  とする。3 点  $A, B, C$  が正三角形の 3 つの頂点をなすとき、正三角形  $\triangle ABC$  の面積は  である。
- (7) 10 枚の硬貨を同時に投げるとき、表と裏がそれぞれ 5 枚ずつ出る確率は  である。

- 3 ある選挙の投票の際、候補者 P が  $p$  票を得、候補者 Q が  $q$  票を得たとする。ここで  $p > q$  とする。開票作業における票読みの間、いつも候補者 P が候補者 Q より多い票数を得る確率を求めなさい。